NÁRODNÍ SROVNÁVACÍ ZKOUŠKY

Matematika

TEST Z **ÚNORA 2020**

Datum konání zkoušky: 8. února 2020
Počet řešitelů testu: 1044
Počet úloh: 30
Průměrná vynechanost: 22,1 %
Správné odpovědi jsou vyznačeny.

Max. možné skóre: 30
Max. dosažené skóre: 28,8
Min. možné skóre: -7,5
Min. dosažené skóre: -3,0
Průměrné skóre: 11,1

Zopakujte si základní informace ke zkoušce:

- Test obsahuje 30 úloh a na jeho řešení máte 90 minut čistého času.
- V průběhu testu můžete používat přiložené vzorce, prázdný sloupec je určen na vaše poznámky.
- U každé úlohy je jen jedna správná odpověď.
- Za každou správnou odpověď získáte bod, za špatnou 1/4 bodu ztrácíte.
- Nejlepší je řešit nejdříve snadné úlohy a k náročnějším se vrátit.
- **Nebuďte nervózní z toho, že nevyřešíte všechno, to se povede málokomu**

Kvadratická rovnice: $ax^2+bx+c=0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$; $a\neq 0$

Goniometrické funkce:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{cotg} x=1,\ x\neq k\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$; $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\ x\neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\ x\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x\pm y)=\sin x\cdot\cos y\pm\cos x\cdot\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\sin x\cdot\sin y$

$\left|\sin\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\left|\cos\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos x	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometrie: sinová věta: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosinová věta: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot\cos\alpha$; $b^2=a^2+c^2-2a\cdot c\cdot\cos\beta$; $c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y)=\log_z x+\log_z y$; $\log_z\dfrac{x}{y}=\log_z x-\log_z y$; $\log_z x^k=k\cdot\log_z x$; $\log_z x=y\Leftrightarrow x=z^y$

Aritmetická posloupnost: $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$; $s_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)$

Geometrická posloupnost: $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$; $s_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$ **Geometrická řada:** $s=a_1\cdot\dfrac{1}{1-q},\ |q|<1$

Rozklad na součin: $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}\cdot b+a^{n-3}\cdot b^2+\ldots+a\cdot b^{n-2}+b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n)=n!$; $V(k,n)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n)=\dbinom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$; $\dbinom{n}{k}=\dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k}+\dbinom{n}{k+1}=\dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1,n_2,\ldots,n_k)=\dfrac{(n_1+n_2+\ldots+n_k)!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$; $V'(k,n)=n^k$; $C'(k,n)=\dbinom{n+k-1}{k}=\dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická věta: $(a+b)^n=a^n+\dbinom{n}{1}a^{n-1}\cdot b+\dbinom{n}{2}a^{n-2}\cdot b^2+\ldots+\dbinom{n}{n-1}a\cdot b^{n-1}+b^n$

Analytická geometrie: velikost vektoru: $\vec{u}=(u_1;u_2)$ je: $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$

Kosinus odchylky α přímek p_1: $a_1\cdot x+b_1\cdot y+c_1=0$ a p_2: $a_2\cdot x+b_2\cdot y+c_2=0$ je $\cos\alpha=\dfrac{|a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

Vzdálenost bodu $M[m_1;m_2]$ od přímky p: $ax+by+c=0$ je $|Mp|=\dfrac{|a\cdot m_1+b\cdot m_2+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Středový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2-b^2$

Středový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2+b^2$

Vrcholová rovnice paraboly: $(y-n)^2=\pm 2p\cdot(x-m),\ F\left[m\pm\dfrac{p}{2};n\right]$; $(x-m)^2=\pm 2p\cdot(y-n),\ F\left[m;n\pm\dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy těles:

	Kvádr	Válec	Jehlan	Kužel	Koule
Objem	$a\cdot b\cdot c$	$\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{1}{3}S\cdot v$	$\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi\cdot r\cdot(r+v)$	$S+Q$	$\pi\cdot r\cdot(r+s)$	$4\pi\cdot r^2$

Matematika

1.

Opačným číslom k číslu $\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^{-2}$ je číslo:

(A) $-4\sqrt{3}-7$

(B) $-4\sqrt{3}+7$

(C) $4\sqrt{3}-7$

(D) $4\sqrt{3}+7$

(E) žiadna z predchádzajúcich odpovedí nie je správna

2.

Podiel $\frac{6,\overline{6}}{8,\overline{3}}$ sa rovná:

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{5}{6}$

(E) žiadna z predchádzajúcich odpovedí nie je správna

3.

Interval $(-7;5)$ je v $\mathbb{R}$ množinou riešení nerovnice:

(A) $|x-7|<5$

(B) $|x-5|<7$

(C) $|x-1|<6$

(D) $|x+1|<6$

(E) $|x+6|<1$

4.

Aby bolo sedemciferné číslo 27805*6 bezo zvyšku deliteľné 12, musí byť na mieste hviezdičky číslica:

(A) 1
(B) 2
(C) 5
(D) 8
(E) 9

5.

Ak do 10% vodného roztoku kuchynskej soli pridáme 0,5 kg soli, získame 15% roztok. Soli bolo pôvodne v roztoku:

(A) 0,45 kg
(B) 0,55 kg
(C) 0,65 kg
(D) 0,75 kg
(E) 0,85 kg

6.

Sú dané výroky *A*, *B*, *C*. Ak vieme, že výrok $A \wedge (B \vee C)$ je pravdivý, potom je **nutne** pravdivý tiež výrok:

(A) $B \Rightarrow C$
(B) $C \Rightarrow B$
(C) $B \Leftrightarrow C$
(D) $C \wedge B$
(E) $C \vee B$

7.

Sú dané množiny *A*, *B*, *C* a ďalej

$X = A \setminus (B \setminus C)$, $Y = (A \setminus \mathrm{B}) \setminus \mathrm{C}$, kde $\setminus$ značí rozdiel množín.

Potom **nutne** (t. j. nezávisle na voľbe množín *A*, *B*, *C*) platí:

(A) $X = Y$
(B) $X \cap Y = \emptyset$
(C) $X \subseteq Y$
(D) $Y \subseteq X$
(E) $X \setminus Y = \emptyset$

8.

Je daná rovnica s neznámou *x* a reálnym parametrom *p*:

$(x - p)(x^2 + p^2 + 1) = 0$.

Rovnica má jediné reálne riešenie práve pre:

(A) $p = -1$
(B) $p = 0$
(C) $p = 1$
(D) každé $p \in \mathbb{R}$
(E) žiadne $p \in \mathbb{R}$

9.

Rovnica, ktorej koreňmi sú čísla prevrátené ku koreňom kvadratickej rovnice $6x^2 - x - 1 = 0$, má tvar:

(A) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) = 0$

(B) $\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$

(C) $(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$

(D) $(x + 2) \cdot (x - 3) = 0$

(E) $(x + 2) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$

10.

Stroj typu A vyrobí 3 100 polotovarov za hodinu. Stroj typu B spracováva polotovary na konečné výrobky, pričom spracuje 1 900 polotovarov za hodinu. Pre výrobu sa chystáme nakúpiť celkom 150 strojov typu A a B tak, aby stroje typu A celkovo produkovali polotovary rovnakou rýchlosťou, akou ich budú stroje typu B spracovávať. Počet strojov typu A, ktoré nakúpime, sa rovná:

(A) 34
(B) 42
(C) 57
(D) 65
(E) 91

11.

Podielom súčinu a súčtu výrazov

$\frac{x+1}{y}$ a $\frac{x+1}{x}$

je pre prípustné hodnoty premenných x, y výraz:

(A) x

(B) y

(C) $x + 1$

(D) $\frac{x+1}{xy}$

(E) $\frac{x+1}{x+y}$

12.

Hodnota výrazu

$$\frac{2^6 \cdot 3^6}{6^2 \cdot 6^3}$$

sa rovná:

(A) $\frac{1}{36}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) 6

(D) 36

(E) $\frac{5^6}{6^5}$

13.

Ivan si uložil na stanici kufor do bezpečnostnej schránky s číselným kódom. Keď si chcel po určitej dobe kufor vyzdvihnúť, nemohol si presne spomenúť na číslo kódu. Vedel, že číslo bolo trojciferné, alebo štvorciferné, že sa skladalo len z rôznych párnych cifier, že tam nebola nula a že na konci musel potvrdiť heslo hviezdičkou. Pravdepodobnosť, že sa mu podarí otvoriť zámok na prvý pokus, sa rovná:

(A) $\frac{1}{36}$

(B) $\frac{1}{48}$

(C) $\frac{1}{60}$

(D) $\frac{1}{64}$

(E) $\frac{1}{96}$

14.

Celkový počet rozostavení dvoch nerozlíšiteľných veží na šachovnici 5×4 tak, aby sa neohrozovali (t. j. aby v každom stĺpci a v každom riadku stála najviac jedna veža), sa rovná:

(A) 60
(B) 95
(C) 120
(D) 190
(E) 240

15.

Počet kladných celých čísel $x < 6$ splňujúcich nerovnosť

$$\binom{5}{2} > \binom{5}{x}$$

sa rovná:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

16.

Prvý rok od uvedenia vlaku do prevádzky nie je potrebné robiť žiadne opravy. Počas prvých dvoch rokov prevádzky očakávame nutnosť 2 opráv, počas prvých troch rokov prevádzky nutnosť 6 opráv. Ak x značí počet celých rokov od uvedenia do prevádzky a y celkový počet opráv od uvedenia do prevádzky, pak pro $x = 1$, $x = 2$ a $x = 3$ platí:

(A) $y = x - 1$

(B) $y = x^{\frac{1}{2}} - 1$

(C) $y = 2x - 2$

(D) $y = x^2 - 1$

(E) $y = 2^x - 2$

17.

Počet reálnych riešení (x, y) sústavy rovníc

$$3^{x+3y} = 9$$

$$3^{2x-y} = 1$$

sa rovná:

(A) 0 (sústava nemá riešenie)
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

18.

Funkcia $f: y = 2\sin(x - p)$ s reálnym parametrom p je párna pre p rovné:

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

(E) π

19.

Množina všetkých reálnych riešení rovnice

$\cos 2x - 3\cos x + 1 = 0$

sa rovná:

(A) $\emptyset$

(B) $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

(C) $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

(D) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

(E) $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

20.

Množinou všetkých reálnych riešení nerovnice

$$\frac{x^2 - x - 6}{x + 2} \leq 0$$

sa rovná:

(A) $\langle 3; \infty)$

(B) $(-\infty; 3\rangle$

(C) $(-2; 3\rangle$

(D) $(-\infty; -2) \cup \langle 3; \infty)$

(E) $(-\infty; -2) \cup (-2; 3\rangle$

21.

Rovnica

$9x^2 - 6x + \log_3 p = 0$

má v množine reálnych čísel práve jedno riešenie pre p rovné:

(A) 0

(B) $\frac{1}{3}$

(C) 1

(D) 3

(E) 9

22.

V aritmetickej postupnosti

$k, k + 2, k + 4, k + 6, \ldots$

je súčet prvých sto členov rovný:

(A) 100 (k + 98)
(B) 100 (k + 99)
(C) 100 (k + 100)
(D) 100 (k + 101)
(E) 100 (k + 102)

23.

V geometrickej postupnosti (a_n) je $a_3 = 75$, $a_5 = 1\,875$. Platí:

(A) $a_1 = -3$ a $q = -5$
(B) $a_1 = -3$ a $q = \pm 5$
(C) $a_1 = -3$ a $q = 25$
(D) $a_1 = 3$ a $q = \pm 5$
(E) $a_1 = 3$ a $q = 25$

24.

V danom trojuholníku ABC sú zhodné výška a ťažnica príslušné vrcholu C. Trojuholník je určite:

(A) rovnostranný
(B) rovnoramenný
(C) pravouhlý
(D) ostrouhlý
(E) tupouhlý

25.

Priamky t_1, t_2 sú rôzne rovnobežné dotyčnice kružnice

$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$.

Vzdialenosť týchto dvoch rovnobežiek sa rovná:

(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 10
(E) 12

26.

V rovnoramennom trojuholníku *ABC* so základňou *AB* s dĺžkou 10 cm a uhlom $\gamma = 36°$ pri hlavnom vrchole *C* je zostrojená os uhla *BAC*, ktorá pretne stranu *BC* v bode *D*. Dĺžka úsečky *CD* (v centimetroch) sa rovná:

(A) 8
(B) 9
(C) 10
(D) 12
(E) 14

27.

V rovnoľahlosti so stredom v bode [1, 1] je obrazom bodu [0, 0] bod [3, 3]. V tejto rovnoľahlosti je obrazom bodu [−2, 3] bod:

(A) [7, −2]
(B) [7, −3]
(C) [7, −4]
(D) [6, −4]
(E) [6, −3]

28.

Najväčšia vzdialenosť dvoch bodov, ktoré ležia v 2. kvadrante (vrátane jeho hranice) a zároveň na priamke $4x - 3y = -4$, sa rovná:

(A) $\sqrt{3}$

(B) $2\sqrt{3}$

(C) $\frac{5}{3}$

(D) $5\frac{\sqrt{3}}{3}$

(E) 3

29.

Povrch rotačného kužeľa, ktorého osovým rezom je rovnoramenný trojuholník, ktorého výška na základňu má veľkosť $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm a uhol pri základni veľkosť 30°, sa rovná:

(A) $\frac{\pi\left(2+3\sqrt{2}\right)}{4}$ cm^2

(B) $\frac{2\pi\left(1+3\sqrt{2}\right)}{3}$ cm^2

(C) $\frac{2\pi\left(3+2\sqrt{3}\right)}{3}$ cm^2

(D) $\frac{3\pi\left(3+2\sqrt{3}\right)}{2}$ cm^2

(E) $\frac{3\pi\left(3+2\sqrt{3}\right)}{4}$ cm^2

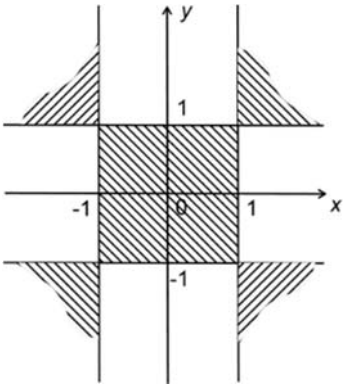
30.

Množina všetkých bodov X [x; y], pre ktorých súradnice x, y platí

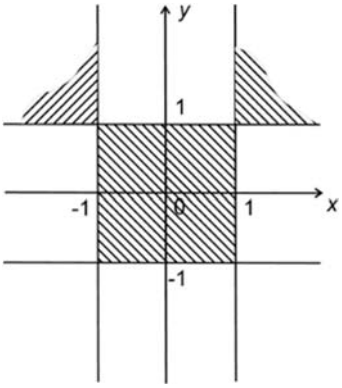
$(|x|-1)(1-y) \leq 0$,

je znázornena na obrázku:

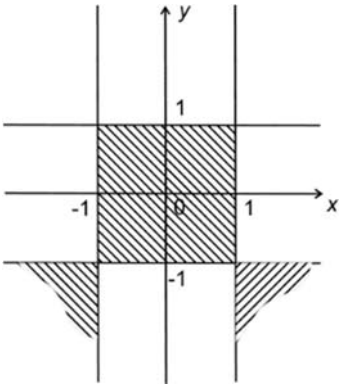
(A)



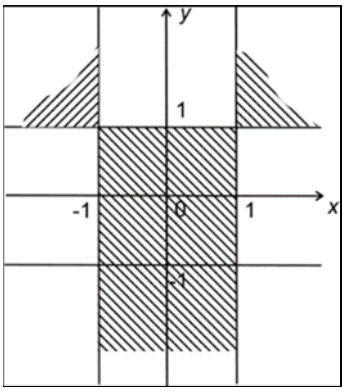
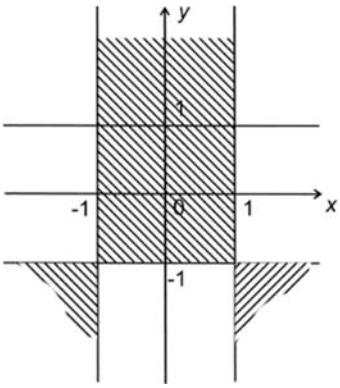
(B)



(C)



(D)



(E)